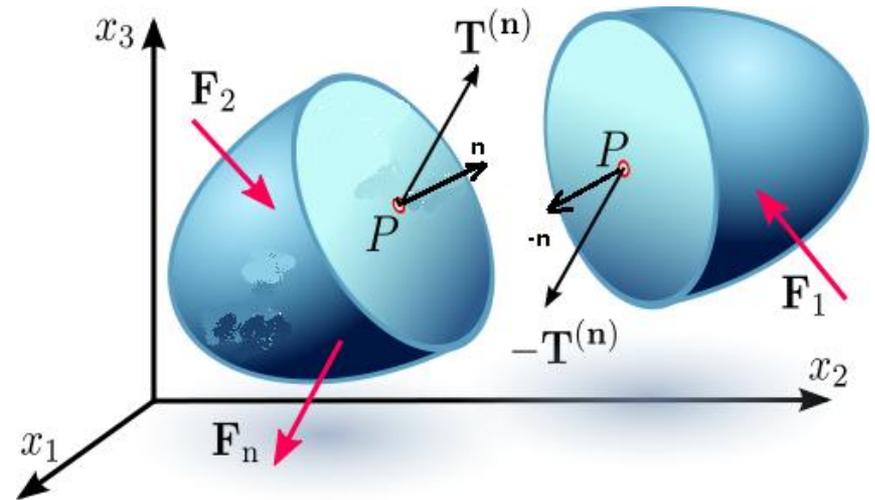


Tensione

Come agisce sul solido continuo

Equilibrio di un corpo sezionato

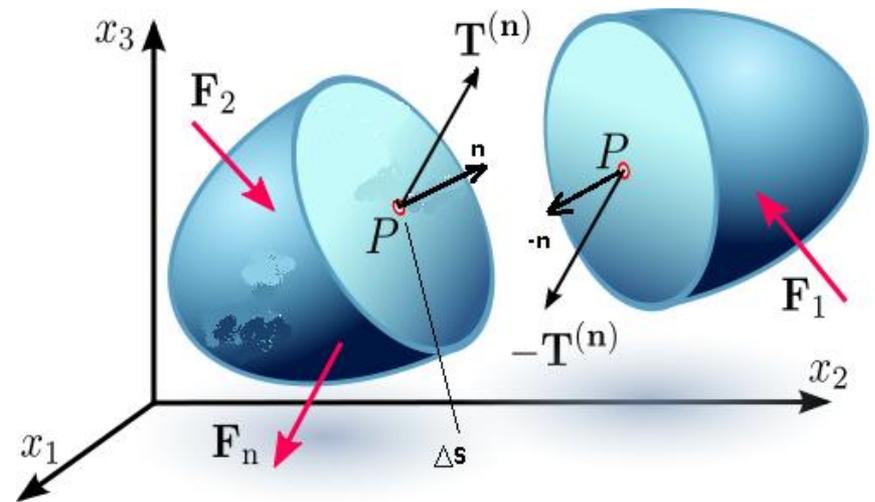
- Sezioniamo un corpo in equilibrio con un piano "n" passante per il punto P
- Dopo la sezione i due tronchi sono ancora in equilibrio se faccio agire su una faccia tutte le azioni trasmesse dall'altra faccia dell'altro tronco



Definizione di vettore tensione

- Se ΔS è l'area intorno a P e ΔF è la risultante delle forze che vi agiscono, si definisce vettore tensione nel punto P relativo al piano "n":

$$T^{(n)} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

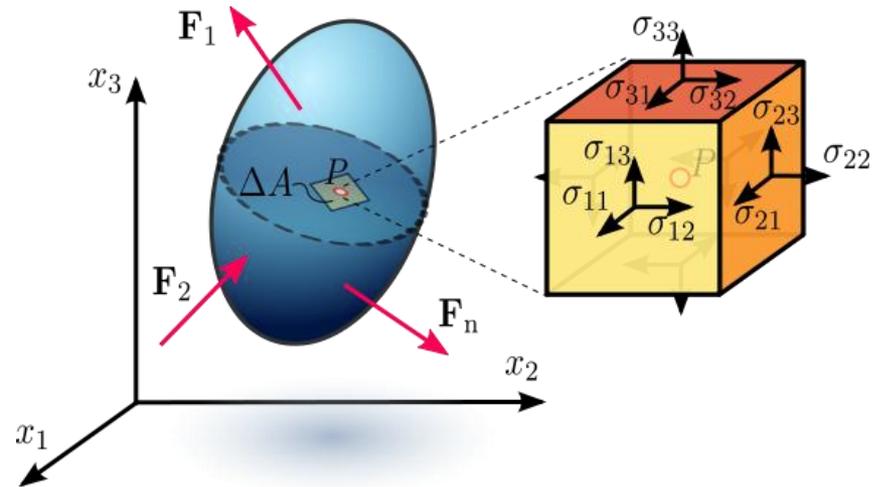


La tensione dipende da cosa

- Lo stesso ragionamento si può estendere per qualsiasi piano di sezione passante per P
- Cambiando piano ci attendiamo un vettore tensione diverso
- La tensione dipende dal punto che stiamo considerando
- Inoltre la tensione dipende dal piano di sezione scelto

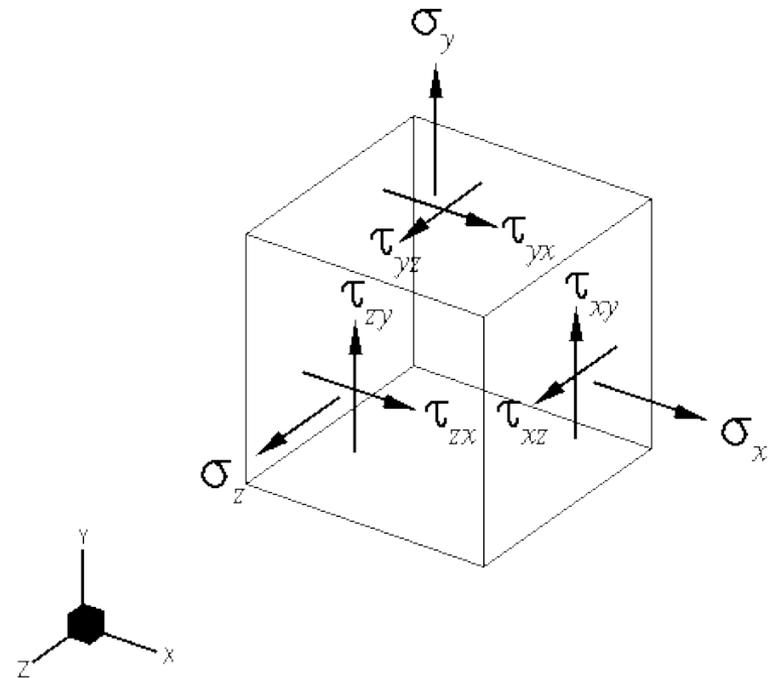
Un cubetto di materia

- Scegliamo un punto P interno ad un solido: non ha direzioni
- Aggiungiamo in P un sistema di riferimento
- Costruiamo intorno a P un cubetto orientato secondo il piano di riferimento
- Come possiamo caricare le facce del cubo?



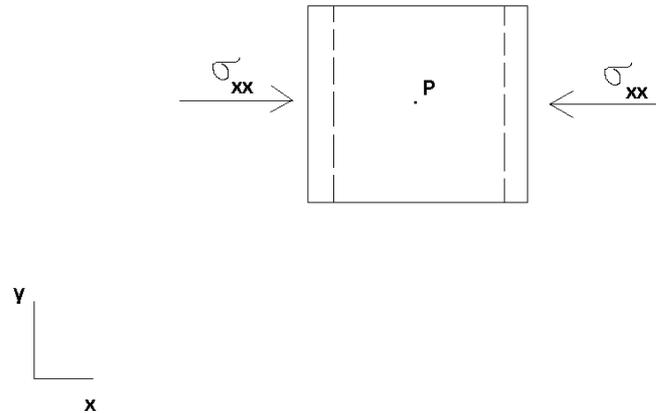
Componenti di tensione

- Su ogni faccia del cubo posso applicare
- Una componente normale alla faccia detta σ (sigma) o tensione normale
- Due componenti parallele alla faccia dette τ (tau) o tensioni tangenziali
- In generale possiamo applicare al cubo $3 \times 6 = 18$ componenti di tensione



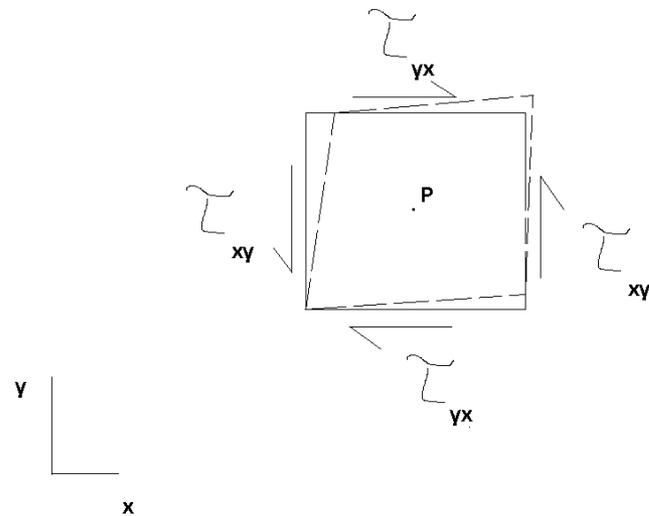
Equilibrio del cubo

- La deformazione causata dalle sigma tende a variare il volume del cubetto
- Per ragioni di equilibrio le sigma sono uguali ed opposte su facce parallele



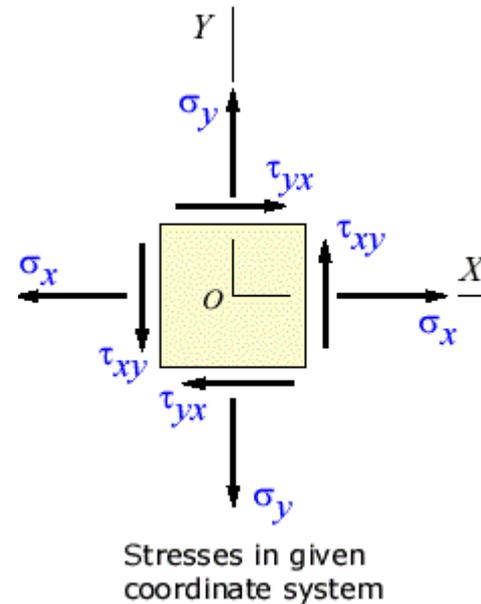
Equilibrio del cubo

- La deformazione causata dalle tau tende a deformare il volume del cubetto
- Per ragioni di equilibrio le tau sono uguali ed opposte su facce parallele e convergono su uno stesso vertice



Segno delle componenti di tensione

- Le tensioni normali sono positive quando escono dal cubetto
- Consideriamo una faccia del cubo con normale concorde ad un asse del sistema cartesiano. La tensione tagliante è positiva quando è concorde all'altro asse del sistema di riferimento



Componenti di tensione

- Dalle considerazioni di equilibrio del cubetto di materia le componenti di tensione si riducono a 6
- Tre componenti normali
- Tre componenti tangenziali

- Si possono scrivere in una matrice 3x3

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

- Abbiamo scritto la matrice delle componenti speciali di tensione

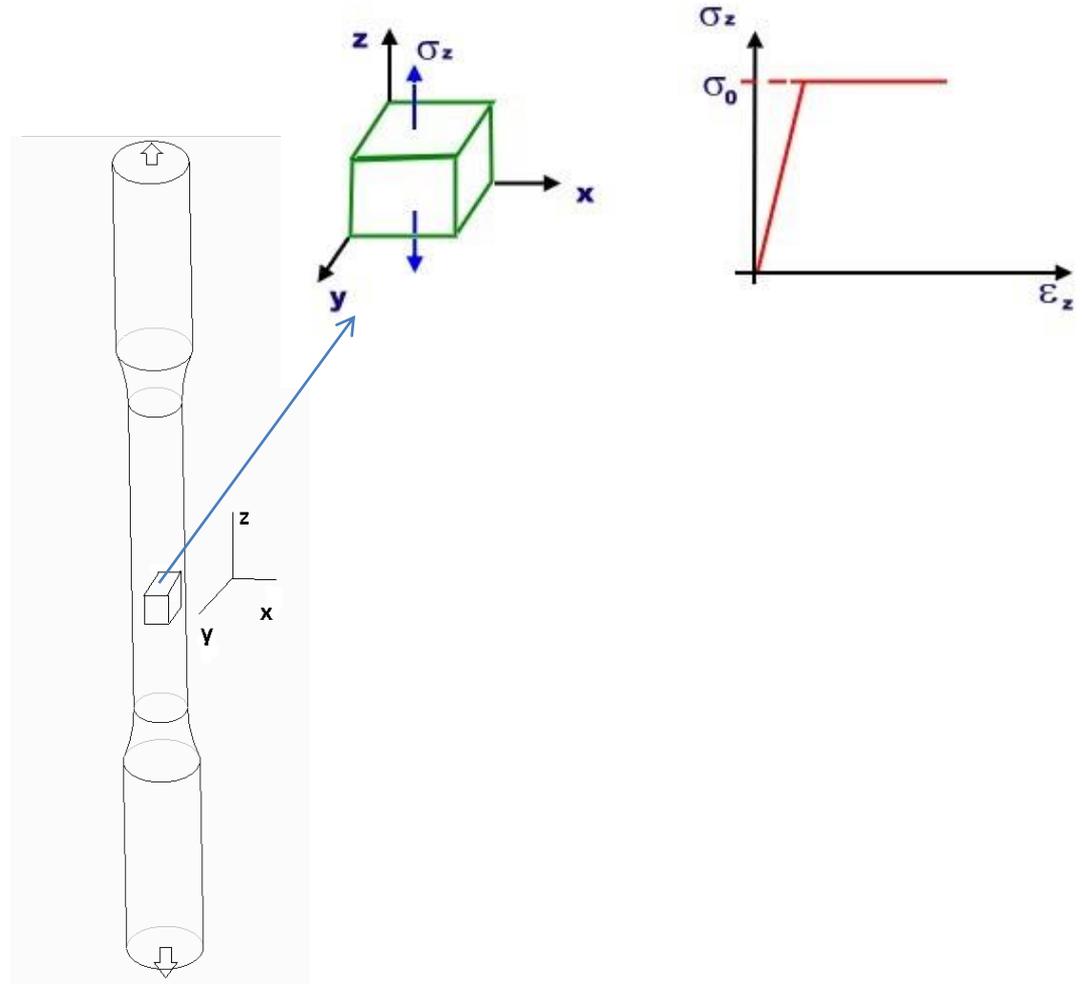
Legame fra vettore tensione e componenti speciali di tensione

- La matrice delle componenti speciali di tensione lega il vettore tensione e la direzione del piano di sezione secondo il prodotto:
- Se mantengo fisso il sistema di riferimento le componenti speciali di tensione non cambiano
- Cambiando l'orientamento del piano di sezione (n_x, n_y, n_z) ottengo tutti i possibili vettori tensione $T(n)$

$$\begin{vmatrix} T_x^{(n)} \\ T_y^{(n)} \\ T_z^{(n)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix}$$

La tensione nel provino di trazione

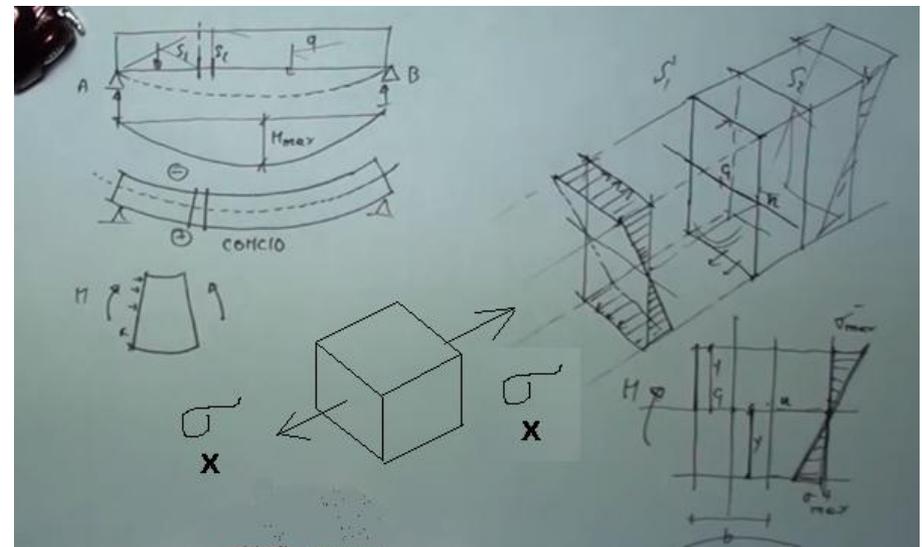
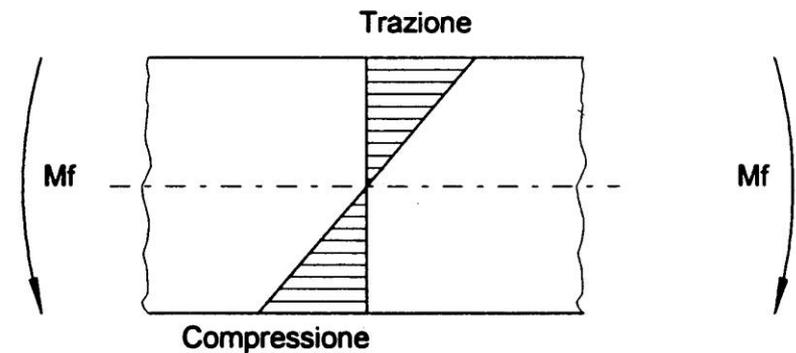
- Se estraiamo un qualsiasi cubetto di materia dalla parte centrale del provino di trazione troviamo uno stato di sollecitazione rappresentabile da una sola componente di tensione in direzione dell'allungamento



Tensione da flessione

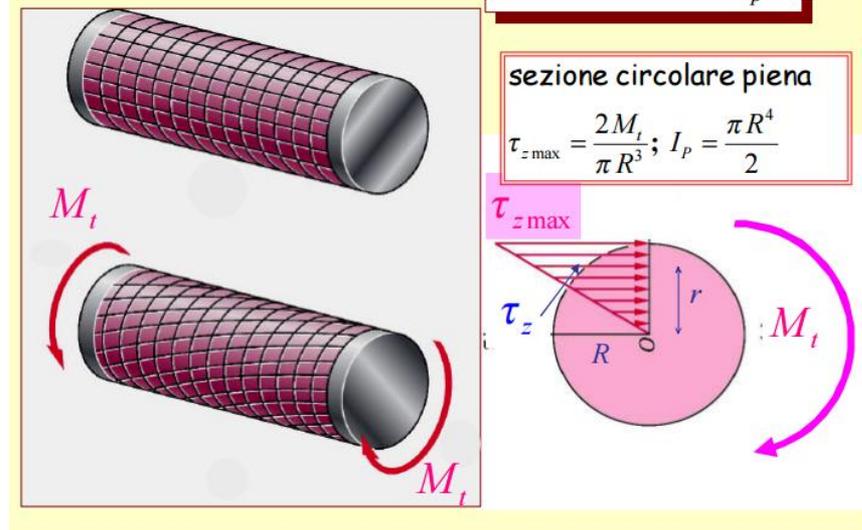
- In una trave soggetta a flessione ottengo una sollecitazione rappresentabile da una sola componente di tensione variabile nella sezione

FLESSIONE



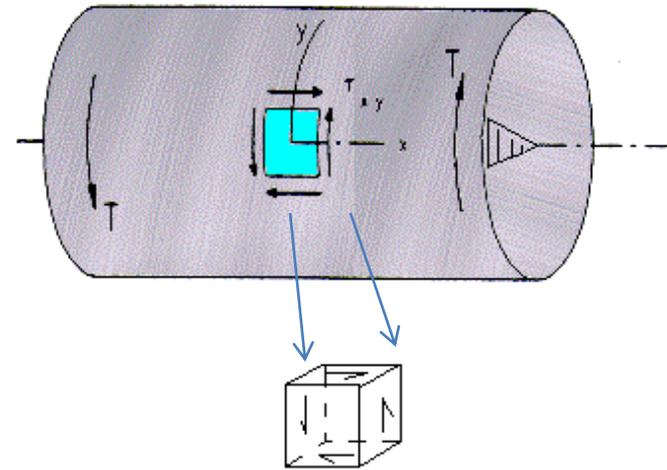
Tensione da torsione

- in una barra circolare soggetta a torsione su ogni sezione trasversale si genera una tensione tangenziale proporzionale alla distanza dal centro
- Lo stesso andamento si ripropone su ogni raggio della sezione



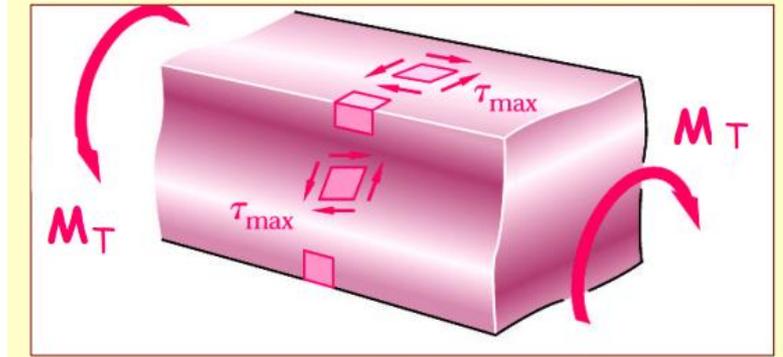
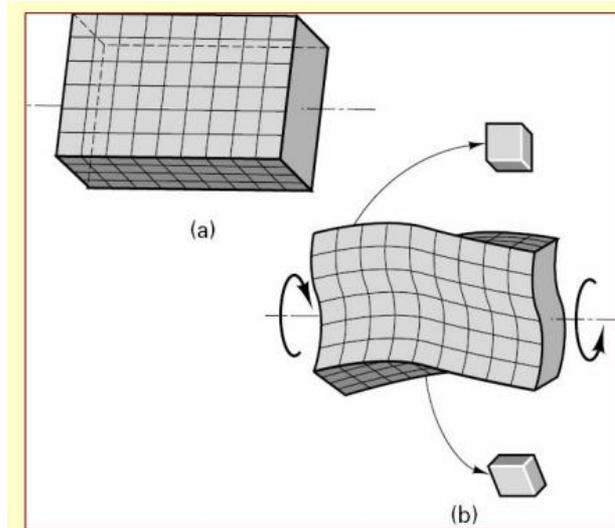
Tensione da torsione

- Estrahendo dalla barra il cubetto elementare di materia otteniamo solo componenti taglienti dirette secondo il momento torcente
- La deformazione di ogni cubetto sottoposto a tensioni taglienti genera la rotazione di ogni sezione



Torsione

- In una barra non circolare sottoposta a torsione, le sezioni non rimangono piane



Tensione ideale (equivalent stress)

- Per ricondurre uno stato di tensione triassiale complesso ad uno stato di tensione monoassiale semplice (provino di trazione), si utilizza la tensione ideale secondo Von Mises
- Si basa su considerazioni energetiche
- Combina tutte le componenti di tensione e restituisce un valore unico confrontabile alla tensione monoassiale letta durante la prova di trazione
- Un'espressione del criterio di Von Mises è la seguente:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - (\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{xx}\sigma_{zz} + \sigma_{yy}\sigma_{zz}) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}$$